

PROJECTE HOMESTEAD

Escenari 1 - Volum 3

1. EL SISTEMA BINARI

Què és?

El **sistema binari** és un sistema de numeració en el qual els nombres es representen utilitzant solament dos dígitos o xifres: zero i un (0 i 1), anomenats bits.



1. EL SISTEMA BINARI

Aritmètica binària

Els números es poden convertir en funció de les necessitats, podem passar d'una base de càlcul (pe. Decimal) a un altra base (binaria) mitjançant el seu sistema de conversió.

Base 2 : [0 i 1]	→ 1001010 ₍₂₎
Base 3 : [0, 1 i 2]	→ 102011201 ₍₃₎
Base 4 : [0, 1,...3]	→ 1302103102 ₍₄₎
Base 10 : [0, 1,.... 9]	→ 25168 ₍₁₀₎

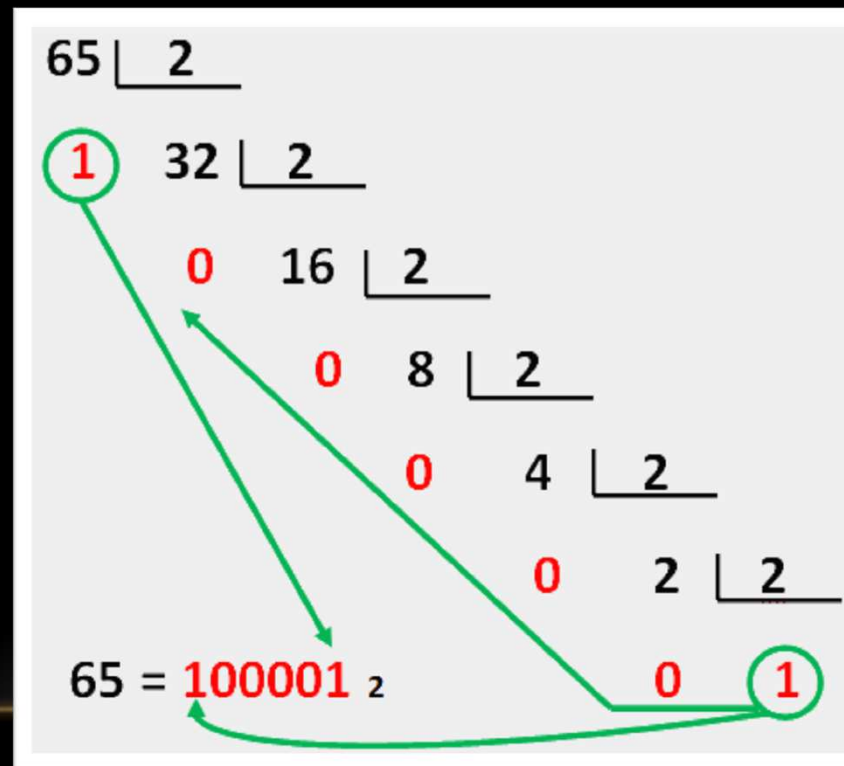
Quan diem, per exemple, «Base 4» ens referim al número de dígitos que el compona, en aquest cas el 0, 1, 2 i 3.

1. EL SISTEMA BINARI

Aritmètica binària

Conversió de decimal a binari

L'objectiu és dividir el número en base 10 sempre entre 2. El resultat amb número binari serà agafant els quocient i els residus que quedin de la divisió



1. EL SISTEMA BINARI

Aritmètica binària

Conversió de binari a decimal

L'objectiu és multiplicar cada dígit binari pel pes que té associat en base 2 i després fer la suma corresponent. La següent taula és un exemple del valor que té cada dígit en diferents posicions.

Posició	5 ^a	4 ^a	3 ^a	2 ^a	1 ^a
	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰
Valor	16	8	4	2	1

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & _2 \\ & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \\ 1 \times 2^5 & + & 1 \times 2^4 & + & 0 \times 2^3 & + & 1 \times 2^2 & + & 0 \times 2^1 & + & 1 \times 2^0 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 32 & + & 16 & + & 0 & + & 4 & + & 0 & + & 1 = 53 \end{array}$$
$$110101_2 = 53_{10}$$

Operacions aritmètiques

La resta de nombres binaris

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$0 - 1 = 1$ i presta 1

$$1 - 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 001100011 \\ - 000011110 \\ \hline 001000101 \end{array}$$

1. EL SISTEMA BINARI

Lògica binària

Els **sistema binari** l'utilitzem per l'electrònica digital, el mètode utilitzat es diu Àlgebra de Boole on s'assumeix els valor de 0 i 1 com a «fals» i «cert».

L'àlgebra de Boole és el conjunt de lleis i postulats que permeten fer operacions lògiques amb variables binàries.

D'aquestes operacions s'extreu la funció lògica que és l'expressió algebraica formada per diferents variables.

Els tres operadors lògics més habituals són:

- Funció **O (OR)** és la suma lògica
- Funció **I (AND)** és el producte lògic
- Funció **NO (NOT)** és la negació lògica.

1. EL SISTEMA BINARI

Lògica binària

Funció O (OR)

Taula de la veritat

$$a + 0 = a$$

$$a + 1 = 1$$

$$a + a = a$$

$$a + a = 1$$

*Prenen «a» com si fos un 0 o un 1

Funció I (AND)

Taula de la veritat

$$a \cdot 0 = 0$$

$$a \cdot 1 = a$$

$$a \cdot a = a$$

$$a \cdot a = 0$$

Funció NO (NOT)

Taula de la veritat

$$0 = 1$$

$$1 = 0$$

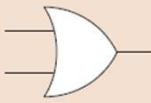
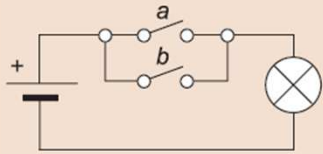
Teorema de De Morgan

$$\begin{array}{l} \overline{a + b} = \bar{a} \times \bar{b} \\ \overline{a \times b} = \bar{a} + \bar{b} \end{array} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} \overline{a + b + \dots + z} = \bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c} \times \dots \times \bar{z} \\ \overline{a \cdot b \cdot c \cdot \dots \cdot z} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \dots + \bar{z} \end{array}$$

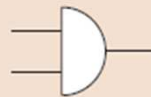
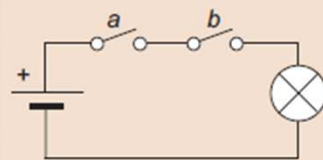
ÀLGEBRA DE BOOLE

Funcions i portes lògiques

Funció lògica O (OR)

Denominació	Funció	Símbol		Taula de veritat	Circuit elèctric equivalent	$0 + a = a$ $1 + a = 1$
		IEC/DIN	ASA			
Suma 0 (OR)	$F = a + b$			a	b	F
				0	0	0
				0	1	1
				1	0	1
				1	1	1
						

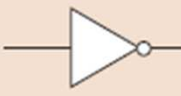
El producte lògic I (AND)

Denominació	Funció	Símbol		Taula de veritat			Circuit elèctric equivalent	$0 \cdot a = 0$ $1 \cdot a = a$
		IEC/DIN	ASA					
Producte <i>I</i> (AND)	$F = a \cdot b$			<i>a</i>	<i>b</i>	<i>F</i>		
				0	0	0		
				0	1	0		
				1	0	0		
				1	1	1		

ÀLGEBRA DE BOOLE

Funcions i portes lògiques

Funció negació NO (NOT)

Denominació	Funció	Símbol		Taula de veritat	
		IEC/DIN	ASA		
Inversora <i>NO</i> (<i>NOT</i>)	$F = \bar{a}$			<i>a</i>	<i>F</i>
				0	1
				1	0

$$a + \bar{a} = 1$$

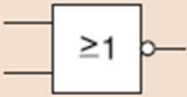
$$a \bar{a} = 0$$

$$\overline{\bar{a}} = a$$

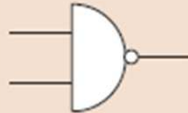
ÀLGEBRA DE BOOLE

Funcions i portes lògiques especials

Funció NOR

Denominació	Funció	Símbol		Taula de veritat		
		IEC/DIN	ASA			
Suma negada <i>NO-O (NOR)</i>	$F = \overline{a + b}$			<i>a</i>	<i>b</i>	<i>F</i>
				0	0	1
				0	1	0
				1	0	0
				1	1	0

Funció NAND

Denominació	Funció	Símbol		Taula de veritat		
		IEC/DIN	ASA			
Producte negat <i>NO-I (NAND)</i>	$F = \overline{a \cdot b}$			<i>a</i>	<i>b</i>	<i>F</i>
				0	0	1
				0	1	1
				1	0	1
				1	1	0

ÀLGEBRA DE BOOLE

Simplificació de funcions

Les funcions s'obtenen a través de la **taula de la veritat**, aquella on fem la combinació de les variables i fem el resultat en funció de les exigències del problema (Sortida). Per obtenir la funció Booleana o lògica, cal realitzar una cosa que es diu «**Minterms**» que consisteix en fixar-nos només en els resultats que donen 1 i, en cada cas, multiplicar les variables entre elles, sempre negant aquelles que són 0.

Posteriorment caldrà sumar tots els termes.

$$S = \bar{a}\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + ab\bar{c}$$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>S</i>	Minterm
0	0	0	0	
0	0	1	1	$\bar{a}\bar{b}c$
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	1	$a\bar{b}\bar{c}$
1	0	1	0	
1	1	0	1	$ab\bar{c}$
1	1	1	0	

ÀLGEBRA DE BOOLE

Simplificació de funcions

Karnaugh

El sistema de simplificació per Karnaugh consisteix en agrupar les sortides amb resultat 1 en grups de 2, 4, 8, 16..., sempre començant pel més gran possible. Hem de tenir en compte que es poden repetir números per aconseguir els grups. Si la variable canvia, llavors no es té en compte.

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A \ B	0	1
0	0	1
1	1	1

Función simplificada: $S = A + B$

A \ BC	00	01	11	10
0		1	1	
1	1	1	1	1

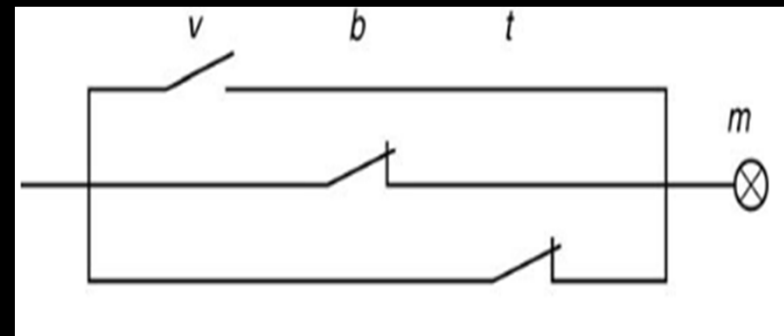
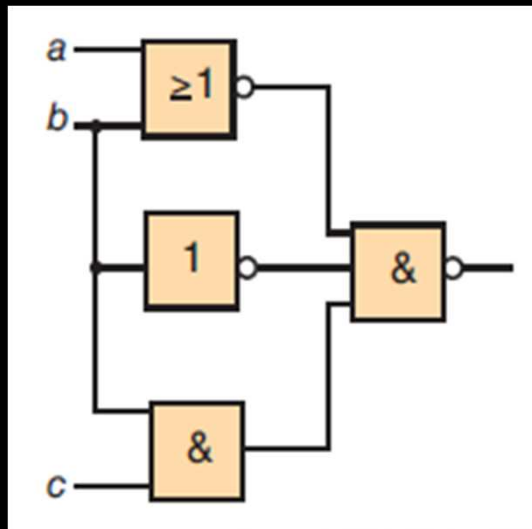
Funció simplificada: $S = a + c$

ÀLGEBRA DE BOOLE

Representació de funcions

Esquemes de connectors i portes lògiques

Tenim dues maneres de representar el resultat de la funció lògica. Mitjançant els esquemes de connectors (interruptors) o per les portes lògiques anteriorment esmentades.



En el cas que la variable sigui negada caldrà que surti tancat l'interruptor

